செ.யோகராசா, குறிஞ்சி நிலா பதிப்பகம், 2003.

இந்துக்களின் கணித வானியற்புலமை மரபில் பிரம்மகுப்தர் - ஒரு நோக்கு

சயனொளிபவன் முகுந்தன் BA (Hons)MA
இந்துநாகரிகப்பிரிவு கிழக்குப்பல்கலைக்கழகம்

இன்றைய காலகட்டத்தில் எத்துறைசார் அறிவும் விஞ்ஞானபூர்வமான அணுகு முறையினையும் அறிவியற்கருத்துக்களின் செழுமையினையும் கொண்டு அமைய வேண்டியது எதிர்பார்ப்புக்குரியது. இந்து நாகரிக மரபில் அண்டவியல், வானியல், இயற்பியல், இரசாயனவியல், மருத்துவம் போன்ற முறைசார் அறிவியற் புலங்களும், இரசவாதம், சோதிடம், குண்டலினியோகம், காயசித்தி, உபாயங்கள் போன்ற முறைசாரா அறிவியற் புலங்களும் காலாதிகாலமாகக் காத்திரமான வளர்ச்சியைப்பெற்று வந்துள்ளன. அந்த வகையில் இந்துப்பண்பாட்டு வரலாற்றில் வானியல் கணிதம் ஆகிய துறைகளின் வளர்ச்சிப்போக்கை கி.பி.6ம் நூற்றாண்டில் பிறந்த பிரம்மகுப்தா என்ற பண்டைய கணித வானியல் வல்லுனரின் படைப்புக்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஆராய்வதே இக்கட்டுரையின் நோக்கமாகும்.

இந்துக்கள் எண்கணிதம், அட்சரகணிதம், திரிகோணகணிதம் ஆகியவற்றுடன் வானியல், சோதிடம் ஆகியவற்றிலும் கணிப்பீட்டு முறைகளை உபயோகித்து வந்துள்ளார்கள் என்பதனை வரலாறு பேசுகிறது.

மனிதனின் அறிவு வளர்ச்சியில் ஒரு முக்கியமான கட்டம் அவன் எண்களின் தேவையை உணர்ந்ததாகும். இந்துக்களைப் பொறுத்தவரையில் இலக்கங்களை பயன்படுத்த அறிந்தமை மட்டுமன்றி பூச்சியத்தின் பெறுமதி அதன் பிரயோகமுறைகள் பற்றியும் பல நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்பாகவே சிந்தித்துள்ளமை இன்றைய அறிவியலாளர்களையும் வியந்து பாராட்டவைக்கிறது. இந்த சூனியக்குறியீடே(0) தசமதான முறைக்கு வழிவகுத்தது.

எண்களிற்கு இடமதிப்பை உண்டாக்கிய இந்த தசமான முறைமை (Decimal System) இந்துக்கள் கண்டறிந்த கணிதவியல் உத்தி என்பதனை பல்வேறு கணித அறிஞர்களும் ஏற்றுக்கொண்டுள்ளனர். அந்தவகையில் டீ.டீ.Dutta இதனைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடுகிறார்.

"The Hindus adopted the decimal scale very early. The numerical language of no other nation is so scientific and has attained a state of Perfection as that of the ancient Hindus. In symboilism they succeeded with ten signs to express any number most elegantly and simply. It is this beauty of the Hindu numerical notation which attracted the attention of all the civilized people of the world and charmed them to adopt it."[1]

வைதீக இலக்கிய மரபு

இந்துக்களின் பண்டைய கணித வானியலறிவின்

ஆரம்பநிலைப்போக்குகளை வேத இலக்கியங்களில் அடையாளங்காண முடிகிறது. குறிப்பாக சுல்பசூத்திரங்கள் யாககுண்டங்களை அமைக்கும் விதிகளைக் குறிப்பிடுகின்ற போது பல்வேறு அளவுப்பிரமாணங்கள் பற்றியும் வடிவங்கள் பற்றியும் விவரித்துள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக மகாவேதி என்பது 972 சதுர அங்குலங்களைக் கொண்ட ஒரு சரிவகம், அது 36 அங்குல உயரமும் 24, 30 அங்குல நீளமும் உடைய இணைப்பக்கங்களையும் கொண்டது என்றும் அஸ்வமேதிக வேதிகையானது மகாவேதிகையைப்போல இருமடங்கு பரப்புடையது என்றும் சுல்பசூத்திரங்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளமை நோக்கத்தக்கது. சதுரம், வட்டம் ஆகிய எளிய யாகவேதிகை அமைப்புக்களைத் தவிர இவற்றை வெவ்வேறு வகையில் சேர்த்து பலவகை வடிவங்களில் வேதிகைகளை அமைக்கவல்ல அறிவையும் வேதகால மக்கள் பெற்றிருந்தனர்.

இதற்காக கேத்திர கணிதத்தில் தேர்ச்சி பெற்ற அக்கால கணிதவல்லுனர்கள் கீழ்வரும் கணிப்பீட்டு உத்திகளை அறிந்திருந்தனர்.

1. ஒரு சமகோணத்தைத் தவறில்லாமல் அமைத்தல்.
2. சதுரத்திற்குச் சமனான வட்டத்தையும், வட்டத்திற்கு சமனான சதுரத்தையும் அமைத்தல்.
3. விகித பரப்பளவைக் கொண்ட ஒரு ஒழுங்கான பல்கோணி
   (Polygon) அமைப்பை உண்டாக்குதல்.
4. இரண்டின் வர்க்கமூலம் (2) முதலானவற்றைக்

கண்டு பிடித்தல்.

மேலும் பலிபீடங்களைச் சரியான திசை நோக்கி அமைப்பதற்காகத் திருத்தமான சமகோண அமைப்புச் செவ்வகத்தின் தன்மை கண்டறியப்பட்டது. ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டத்திற்கும் அடுத்துள்ள இருபக்கங்களுக்கும் (5, 4, 3), (13, 12, 5), (17, 15, 8), (25, 24, 7), (37, 35, 12) என அளவுகள் இருக்கலாம் என்று சுல்பசூத்திரங்கள் கூறுகின்றன. 2 இவற்றையே பைதகரஸ் எண்கள் என மேலைநாட்டுக் கணிதம் எடுத்தாள்வதும் கவனிக்கத்தக்கது. யசுர்வேத சம்வறிதை, தைத்திரிய சம்வறிதை வாஜசனெயி சம்வவறிதை போன்றவை மிகப்பெரிய எண்களைப் பதின்மான முறைப்படி 10ன் மடங்குகளாகக் கூறின.

10	தச
10^2	சத
10^3	சகஸ்ர
10^4	அயுத்த (Ayutha)
105	நியூத (Niyuta)

இவ்வாறாக 10^{19} வரை குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

சம்வறிதை இலக்கியங்களில் பின்னங்கள் பற்றியும் குறிப்புக்கள் உண்டு.

அ-து ½ ஸ்ரீ அர்த்த

¼ ஸ்ரீ பாத

1/8 ஸ்ரீ சபா

வானியலைப் பொறுத்தவரையிலும் வேதங்களில் ஆழமான ஆய்வுச் சிந்தனைப் போக்குகளை அவதானிக்க முடியும். குறிப்பாக ரிக்வேத 1ம் மண்டலம் 140 - 164 வரையிலான சூத்தங்கள் இந்துவானியல் மரபில் குறிப்பிடத்தக்க முக்கியத்துவம் உடையன. குறிப்பாக இதன் இறுதிச் சூத்தமான அஸ்யவாமஸ்ய சூத்தத்தை வேதகால வானியலின் அத்திவாரம் என்று பேராசிரியர் ஆர்.வி.வைத்யா கூறியிருப்பதும் கவனிக்கத்தக்கது. [3]

மேலும் அதர்வ வேதத்தில் ஒஐை.8.2ல் நட்சத்திரங்கள் 28(அஷ்டவிம்சா) எனக்குறிப்பிட்டமை கவனிக்கத்தக்கது. இவை மனித வாழ்வியலில் செல்வாக்குச் செலுத்துவன என்ற சோதிடவியல் உண்மையை

“ நல்ல சக்தி வாய்ந்த இருபத்தெட்டே எண்ணை இலாபமடையச் செய்வாயாக”

என அதர்வ வேதச் சுலோகம் அடையாளங்காட்டி நிற்கிறது.

இந்திய வானியலின் மிகப்பழைய அறிவியற் பிரமாணமாகக் கருதப்படும் ஜோதிடம் (வேதாங்கம்) கி.மு 1150 அளவில் இலகத ரிஷியினால் இயற்றப்பட்டதாகக் கருதப்படுகின்றது.

பபிலோனிய இராசி முறைமை சூரியனை அடிப்படையாகக் கொண்டு (Zodiac system) அமைக்கப்பட்டமை போன்றே வேதகால இந்துக்கள் சந்திரனை அடிப்படையாக கொண்டு இராசி முறையை அமைத்தனர். வேத காலத்தில் சந்திரனை

அடிப்படையாக வைத்து மாதங்கள் நிர்ணயம் செய்யப்பட்டன. இதனால் சந்திரனுக்கு **"மாசக்கிருத்தா"**(மாதங்களை உருவாக்குபவர்) என்ற பெயரும் வழங்கப்பட்டது.

மேலும் கோள்கள் பற்றிய பெயரீடுகளையும் அவற்றின் விபரங்களையும் வேத காலந்தொட்டே இந்துக்கள் நன்கறிந்திருந்தனர். எடுத்துக்காட்டாக தைத்திரிய பிராமணத்தில்

"வியாழன் உதிக்கும் போது பூச நட்சத்திரத்திற்கு முன்புறம் இருந்தார்"

(தைத்திரிய பிராமணம் 1.1.5) எனக் கூறப்பட்டமை கவனிக்கத்தக்கது. உபநிடதங்களிலும் செவ்வாய், புதன்,வியாழன்,சுக்கிரன் ஆகிய கோள்கள் முறையே ஜீரண சக்திக்கும் , நரம்பு மண்டல இயக்கத்திற்கும் புத்திக்கும் ,சந்தான விருத்திக்கும் காரணமாக அமையக் கூடியவை என்ற சோதிட விஞ்ஞான உடற்கூற்றியல் உண்மை எடுத்துரைக்கப்பட்டுள்ளது.

சித்தாந்த கால கட்டம்

வைதீக இலக்கியங்களைத் தொடர்ந்து இந்துக்களின் கணித வானியற் புலமை மரபு செழுமையுற்ற காலப்பகுதியாக சித்தாந்த காலகட்டம் அமைகின்றது. வட இந்தியாவில் கி.பி 4 - கி.பி 13 ம் நூற்றாண்டு வரை இக் கால கட்டம் நீள்கின்றது. இக் கால கட்டத்துள் தோன்றிய கணித வானியல் தொடர்பான சித்தாந்தங்களாகப் பின்வருவன கருதப்படுகின்றன.

வராஹிமிஹிரரின் பஞ்சசித்தாந்திகா என அழைக்கப்படுகின்ற

1) பைதாகம சித்தாந்தம்
2) ரோமக சித்தாந்தம்
3) பௌலிச சித்தாந்தம்
4) வசிட்ட சித்தாந்தம்
5) சௌர சித்தாந்தம் ஆகிய நூல்கள்

ப்ருஹத் சம்ஹிதை 1ம் ஆரியப்பட்டருடைய (5ம் நூற்றாண்டு) ஆரிய சித்தாந்தம் (ஆரிய பட்டீயம்) பிரம குப்பதரின் பிரம்மஸ் பூட சித்தாந்தம் (கி.பி 7), கந்த கடிய்கா பாஸ்கராச்சாரியருடைய (கி.பி12) கிரகக் கணிதம், கோளத்தியாய லீலாவதி போன்ற நூல்களை இவ்வகையில் குறிப்பிடலாம். வராஹிமிஹிரர் 1ம் ஆரியப்பட்டா ஆகியோரது படைப்புக்கள் தொன்மையானவை. சுருக்கமான சுலோகங்களில் விடயங்களை செறிந்துரைப்பவை இவர்களை அடுத்து இந்துக் கணித வானியற் புலமை மரபின் முக்கிய திருப்பு முனையாக மிளிர்பவர் பிரம குப்தரேயாவார். நவீன அறிவியலாளர்களால் பெரிதும் மதிக்கப்படுவதுடன் ஆங்கிலம் ,அரபு உள்ளிட்ட அனேக மொழிகளில் மொழி பெயர்க்கப்பட்ட கணித வானியற் படைப்புக்களுக்கு சொந்தக்காரர் இவரேயாவார்.

பிரம்ம குப்தர்

பிரம குப்தர் குஜராத்தின் அன்றைய புகழ் பெற்ற நகரான Bhillmalaவில் பிறந்தார். இவருடைய பிறப்பு கி.பி.598 என்று

பொதுவாகக் கருதப்படுகின்றது.
இவருடைய தந்தையாரான ஜெயினுகுப்தாவும் அக்காலத்தில் ஓரளவு புகழ்பெற்ற வானசாஸ்திரியாக விளங்கினார் என்பதை அறிய முடிகின்றது.

பிரம குப்தாவும் மிக இளவயதில் இருந்தே கணிதத்திலும் ,வானியலிலும் மிகுந்த ஈடுபாடும் புலமையும் கொண்டிருந்தார். அக்காலத்தில் புகழ் பெற்ற வட இந்திய தலை நகரான உஜ்ஜைனியில் (அவந்தி) நிறுவப்பட்டிருந்த கணித, வானியல் ஆராய்ச்சி நிலையத்தின் தலைவராகவும் இவர் நெடுங்காலம் பதவி வகித்துள்ளார்.[4]

இந்தியாவில் நிறுவப்பட்ட வானியலை ஆராய்ச்சி நிலையங்களுள் காலத்தால் முற்பட்டதும் வரலாற்றுச் சிறப்பு மிக்கதுமான ஒன்றாக மேற்படி நிலையம் வரலாற்றாசிரியர்களால் கருதப்படுகின்றது. மேற்படி ஆராய்ச்சி மையத்திலேயே பிரம்ம குப்தாவுக்கு காலத்தால் முற்பட்டவரும் இந்திய கணிதவியல் மற்றும் வானியறிவியல் மரபின் முன்னோடிகளுள் ஒருவருமான வராஹிமிஹிரரும் தலைவராகப் பணியாற்றியிருந்தார் என்பதும் இங்கே சுட்டிக்காட்டத்தக்கது.

பிரம்ம குப்தாவின் படைப்புக்கள்

இவருடைய இரண்டு பிரதான நூல்கள் இந்துக்களுடைய கணித வானியல் மரபிற்குச் செழுமை சேர்க்கின்றன.

அவையாவன 1) Brahmasphuta siddhnta

இதன் வட மொழிப் பொருளமைதி – பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு என அமையும்.

2) Khandakhadyaka

கந்த காடிகா

<u>Brahmasphuta siddhmta</u> (பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு)

பிரம குப்தரின் முக்கிய படைப்பாகக் கருதப்படுகின்ற இந்நூல் கி.பி 628 ல் இயற்றப்பட்டதாக அறியப்படுகின்றது. இந்நூலானது 25 அத்தியாயங்களை உடையது இவற்றுள் முதல் 10 அத்தியாயங்களும் இந்திய வானியலாராய்ச்சியைப் பொறுத்தவரையில் முதல் நிலை ஆராய்ச்சியாகவே கருதப்படுகிறது. .

மேற்படி பத்து அத்தியாயங்களும் அக்கால இந்தியக் கணித வானியற் புலமை மரபுக்கமைவாக 10 தலைப்புக்களாக ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளன. அவையாவன,

1) கிரகங்களின் இடைய நெட்டாங்குகள் (Mean Longitudes)
2) உண்மை நெட்டாங்குகள் (True Longitudes)
3) கோள்களின் சுற்றுப்பாதையின் 3 சிக்கல்கள்∴ பிரச்சினைகள் (Three Problems of diural rotation)
4) சந்திர கிரகணங்கள் (Lunar eclipses)
5) சூரிய கிரகணங்கள் (Solar eclipses)
6) உதயமும் அஸ்தமனமும் (Risings and settings)

7) சந்திரக் கலை (The moons crescent)
8) சந்திரனின் நிழல் (The moons Shadow)
9) கோள்களின் பரஸ்பர சந்திப்பு (Conjuction of the planets with each other)
10) நிலையான நட்சத்திரங்களுக்கும் கிரகங்களுக்கும் இடையிலான சந்திப்பு (Conjunctions of the planets with the fixed stars)[5]

ஏனைய 15 அத்தியாயங்களும் முன்னைய விடயங்களுக்கான பிற்சேர்க்கைகளாக உள்ளன.

11 வது அத்தியாயம் வானியல் தொடர்பான தமக்கு முந்திய காலச் சிந்தனைகளின் தொகுப்பாக அமைகின்றது.

திறப்பு என்ற முற்கூறிய நூலில் பல்வேறு கணித செயன்முறைகள் பற்றிக் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

குறிப்பாக ஒரு எண்ணிலிருந்து அதே பெறுமானத்தைக் கழிப்பதால் வருவது பூச்சியம் எனக் குறிப்பிட்டுள்ளதுடன் பூச்சியம் தொடர்பான சில விதி முறைகளை அவர் அன்றே துணிந்து குறிப்பிட்டுள்ளமை கவனிக்கத்தக்கது.
அதாவது,

1) பூச்சியத்தை ஒரு எண்ணுடன் கூட்டினால் அல்லது ஒரு எண்ணிலிருந்து கழித்தால் அந்த எண் மாறாது இருக்கும்.
2) பூச்சியத்தை ஒரு எண்ணால் பெருக்கினால் அது

பூச்சியமாகும்.

12 வது அத்தியாயம் இதே மாதிரியாகக் கணிதம் தொடர்பான விடயங்களின் தொகுப்பு முயற்சியாக அமைகின்றது.

அடுத்து வரும் 5 அத்தியாயங்களும் 7வது அத்தியாயத்தின் பிற்சேர்க்கைகளாக அமைந்துள்ளன.

18வது அத்தியாயமானது அட்சர கணித முறைகளும் அத்துடன் தொடர்புடைய சமன்பாடுகளைப் பற்றியும் விபரிப்பதாக உள்ளது.
19 வது அத்தியாயம் நேரக்கணிப்பீடு,காலதத்துவம் பற்றி ஆராய்கின்றது.

20 வது அத்தியாயத்தில் நீட்டலளவை முறைகள் பற்றிய விபரங்கள் உள்ளன.

21 வது அத்தியாயம் கோள்கள் பற்றி மேலோட்டமாக விபரிக்கின்றது.

22 வது அத்தியாயத்தில் கணிப்பீட்டுச் செயன் முறைகளுக்கு உபயோகிக்கக் கூடிய கருவிகள் பற்றி விளக்கப்பட்டுள்ளது.

23 வது அத்தியாயம் ஒரு சாராம்ச விளக்கத்தை (வானியல், கணிதம்) கொண்டிருக்கின்றது.

24,25 ம் அத்தியாயங்களில் கணிதத்திலும் வானியலிலும் பயன்படுகின்ற தரவு அட்டவணைகள் இடம் பெற்றுள்ளன.

"இந்நூலில் குறிப்பாகப் 12வது அத்தியாயமான **"Ganitadhyauah"**(கணிதாத்தியாய) விலும் 18வது

அத்தியாயமான **Kuttadhayah** விலும் முறையே பேசப்படுகின்ற எண்கணிதம் மற்றும் அட்சர கணித முறைகள் நவீன கணித முறைமைகளுக்கான முன்னோடி வழிகாட்டிகள் என்பதில் ஐயமில்லை".[6]

பிரம்ம குப்தாவின் எண்கள் பற்றிய விளக்கமும் தனது சமகால கணித வல்லுனர்களை விடவும் விஞ்சியதாகவே உள்ளது. இவர் தனது பிரபஞ்சத்தின் மேலும் இவர் எண்கணிதத்தில் நேர், மறை எண்கள் அவற்றின் செயல் முறைகள் பற்றியும் பூச்சியத்துடன் அவை இடைவினை செய்யும் போது ஏற்படும் பெறுமானங்கள் பற்றியும் அன்றே சிந்தித்துள்ளார்.

குறிப்பாக ஒரு எண்ணிலிருந்து அதே பெறுமானத்தைக் கழிப்பதால் வருவது பூச்சியம் எனக் குறிப்பிட்டுள்ளதுடன் பூச்சியம் தொடர்பான சில விதி முறைகளை அவர் அன்றே துணிந்து குறிப்பிட்டுள்ளமை கவனிக்கத்தக்கது.
அதாவது,

1) பூச்சியத்தை ஒரு எண்ணுடன் கூட்டினால் அல்லது ஒரு எண்ணுலிருந்து கழித்தால் அந்த எண் மாறாது இருக்கும்.
2) பூச்சியத்தை ஒரு எண்ணால் பெருக்கினால் அது பூச்சியமாகும்.

மேலும் இவர் எண்கணிதத்தில் நேர், மறை எண்கள் அவற்றின் செயல் முறைகள் பற்றியும் பூச்சியத்துடன் அவை இடைவினை செய்யும் போது ஏற்படும் பெறுமானங்கள் பற்றியும் அன்றே

சிந்தித்துள்ளார்.

அந்த வகையில் நேர் எண்களை செல்வம்/ அதிஸ்டம் என்றும்(Fortune) மறைப்பெறுமானத்தை கடன் ஏழ்மை(Debt) என்றும் குறிப்பிட்டுள்ள பிரம குப்தர் அவை தொடர்பாகப் பின்வரும் விதிமுறைகளை குறிப்பிட்டுள்ளார். அவருடைய வடமொழி சுலோகங்களைப் புகழ் பெற்ற கணிதப் பேராசிரியரான Mac Tutor பின்வருமாறு ஆங்கிலத்தில் மொழி பெயர்த்துள்ளார்.

- A debt minus zero is a debt
- A Fortune minus zero is a fortune
- Zero minus zero is a zero
- A debt Subtracted from zero is a fortune
- A fortune subtracted from zero is debt
- The product of zero multiplied by a debt or fortune is zero
- The product or quotient of a debt and a fortune is debt.
- The product or quotient of a fortune and a debt is a debt.[7]

அதாவது,

1) ஒரு கடனிலிருந்து (மறை) பூச்சியத்தைக் கழித்தால் மறை(கடன்) எஞ்சும்
2) ஒரு செல்வம் / அதிஸ்டத்தில் இருந்து (நேர்) பூச்சியத்தைக் கழித்தால் செல்வம் (நேர்) எஞ்சும்.
3) பூச்சியத்திலிருந்து பூச்சியத்தை கழித்தால் பூச்சியம் எஞ்சும்.

4) பூச்சியத்திலிருந்து கடனை (மறை கழித்தால் செல்வம் /அதிஸ்டம்)

நேர் எஞ்சும்.

0 – (-) = +

5) பூச்சியத்திலிருந்து செல்வத்தை கழித்தால் கடன் எஞ்சும்

0 – (+) = (-)

6) ஒரு கடனை (மறை) அல்லது ஒரு செல்வத்தை பூச்சியத்தால் பெருக்கினால் வருவது(நேர்) பூச்சியம்

7) இரண்டு செல்வங்களின் பெருக்குத் தொகையும் செல்வமே (நேர்)

8) இரண்டு கடன்களின் (மறை) பெருக்குத் தொகை செல்வமாகும் (நேர்)

(-) X (-) = (+)

9) ஒரு செல்வத்தையும் ஒரு கடனையும் பெருக்கினால் வருவது கடனே

(+) X (-) = (-)

பிரம குப்தர் எண் கணிதத்தில் பூச்சியத்தால் பிரிப்பது பற்றியும் விளக்க எத்தனித்துள்ளார்.

“அதாவது நேர் அல்லது மறை எண்கள் பூச்சியத்தால் பிரிக்கப்படும் போது பெறப்படுவது பூச்சியத்தைப் பகுதி எண்ணாக கொண்ட பின்னமாகும். பூச்சியத்தை மறை அல்லது நேர் எண்ணால் பிரிக்கப்படும் போது பெறப்படுவது பூச்சியம் அல்லது பூச்சியத்தைத் தொகுதி எண்ணாகவும் பிரிக்கின்ற எண்ணைப் பகுதி எண்ணாகவும் கொண்ட பின்னமாகும்

பூச்சியத்தை பூச்சியத்தால் பிரிக்கும் போது வருவது பூச்சியமே"
{"Positive or negative numbers when divided by zero is a fraction the zero as denominator"
Zero divided by negative or positive numbers is either zero or is expressed as fraction with zero as number ator and the finite quantity as denominator"
"Zero divided by zero is zero"}

ஆயினும் பூச்சியத்தைப் பூச்சியத்தால் பிரிக்கும் பொழுது கிடைப்பது பூச்சியமே எனக் குறிப்பிடும் இடத்தில் இவர் தவறு செய்கின்றாா. ஆயினும் அன்றைய காலகட்டத்தில் எண் கணிதத்துறையைப் பொறுத்தவரையில் இலக்கங்களுக்கிடையிலான நேர் மறை பெறுமானங்கள் தொடர்பான இவரது ஆய்வு முயற்சிகளும் பூச்சியம் பற்றிய இவருடைய சில கணிப்பீடுகளும் பாராட்டுதற்குரிய ஒரு முன்னோடி முயற்சியே எனலாம்.[8]

இவருடைய பெருக்கல் செயன் முறைகளினை நோக்கும் போது அன்றே இவர் இலக்கச்சுட்டி முறைமையை (1ம் இடம்,10 இடம் ,100 இடம்) தற்காலக் கணிதவியல் நடைமுறையைப் போன்றே முழு நிலையில் கையாண்டுள்ளார். "பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு" என்ற நூலில் இவர் கையாண்ட 3 வழிமுறைகள் பின் வருமாறு.

முதலாவது வழி முறை : -
இம் முறை பிரம குப்தரால் **Gomutrika** எனக் காட்டப்பட்டது. 235 ஒ 264 என்ற பெருக்கல் செயன்முறையை முதலாவது

வழிமுறையில் பிரமகுப்தர் பின்வருமாறு தீர்க்கின்றார்.

2 2 3 5
6 2 3 5
4 2 3 5

---

2 2 3 5
6 2 3 5
4 2 3 5

4 7 0

---

2 2 3 5
6 2 3 5
4 2 3 5

4 7 0
1 4 1 0

---

2 2 3 5
6 2 3 5
4 2 3 5

4 7 0
1 4 1 0
9 4 0

---

2 8 2 0

2	3	5	← 4
2	3	5	6
2	3	5	2
9	4	0	

இரண்டாம் செயன் முறை :-

	2	3	5	4
	2	3	5	← 6
	2	3	5	2
	9	4	0	
1	4	1	0	

	2	3	5	4
	2	3	5	6
	2	3	5	← 2
	9	4	0	
1	4	1	0	
	4	7	0	
2	8	2	0	

	2	3	5	
	9	4	0	4
1	4	1	0	6
	4	7	0	2
2	8	2	0	

மூன்றாவது செயன் முறை :-

பிரம்ம குப்தரால் எடுத்துக்காட்டப்பட்ட இன்னொரு எண்கணித முறைமையானது வர்க்க மூலம் காண்பதற்கான வழிமுறையாகும். இவருடைய அச் செயன்முறையானது Newton- Raphson உடைய Interative Formula விற்கு சமமானது என்று இன்றைய கணிதவியலாளர்களால் மெச்சப்படுகின்றது.[10]

மேலும் இவர் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் பற்றி அறிந்துள்ளமை மட்டுமின்றி Indeterminate பற்றி அறிந்துள்ளமை மட்டுமின்றி Indeterminate Equations அதாவது முதல் நிலை முடிவுபெறாச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கான வழிமுறைகள் பற்றியும் சிந்தித்துள்ளார்.

உதாரணம் :- **$ax + c = by$**

இதனை பிரம்ம குப்தா தொடரான பின்னங்களைப் பாவித்து முழுமையாகத் தீர்ப்பதற்கான வழிமுறைகளை கண்டறிந்தார்.

மு.மஜிம்தார் தனது கட்டுரை ஒன்றில் பிரம்மகுப்தாவினுடைய **Brahmasphuta- siddhanta** (பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு) என்ற நூலில் கூறப்பட்ட சமஸ்கிரத வடிவத்தை அதன் இன்றைய ஆங்கில மொழி பெயர்ப்பிலும் அட்சர கணித குறியீடுகளிலும் தெளிவாக எடுத்துக்காட்டியுள்ளார்.அவர் கருத்துப்படி
பிரம்ம குப்தா

$$ax^2 + c = y^2$$
$$ax^2 - c = y^2$$

போன்ற இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்துள்ளதுடன் $8x^2 +1 = y^2$ என்ற சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து அதன் தீர்வுகளாக
$(x ,y) = (1,3) , (6,17) , (35 , 99) , (204,577) , (1,189 , 3,363)$ எனத்தந்துள்ளதாக குறிப்பிட்டுள்ளார். இது போன்றே $11x^2 +1= y^2$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு பிரம்ம குப்தா பின்வரும் தீர்வுகளைப் பெற்றார்

$$(x , y) = (3,10) \ (161/5 , 534/5)$$

மேலும் $61x^2 +1= y^2$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்த்து
$x = 226153980$,
$y = 1766319049$ என்பவையே இதன் குறைந்த பெறுமானம் எனத் துணிந்துள்ளார்.[11] பிரம்ம குப்தா அண்டவியல் தொடர்பாகவும் தனது சிந்தனைகளை முன்வைத்துள்ளார். பிரம

குப்தர் நிலையான புவிக்கோளத்தின் இருப்பை நம்பியதுடன் ஒரு வருடம் என்பது 365 நாட்கள் 6 மணித்தியாலங்கள் 5 நிமிடங்கள் 19 விநாடிகள் கொண்டது எனத் தனது "பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு" என்ற நூலில் கணித்துள்ளமை கவனிக்கத்தக்கது. இவருடைய இரண்டாவது நூலான **கந்த காடிகா (Khandakhadyaka)** என்ற கணித வானியல் நூல் இவ்விடங்களை ஆழமாக விளக்குகின்றது. இந்நூலானது கி.பி 665 ல் எழுதப்பட்டது என்றும் அப்போது பிரம்ம குப்தர் அறுபத்தேழு வயது நிரம்பியவராக இருந்தார் என்றும் அறியப்படுகின்றது. கந்தகாடிகா என்ற மேற்படி படைப்பானது எட்டு அத்தியாயங்களை உடையது இந்நூலிலும் கோள்களின் நிலையங்கள் சுற்றுப்பாதைகளில் ஏற்படும் பிரச்சினைகள், சந்திர கிரகணம், சூரிய கிரகணம், சூரிய உதயம் ,அஸ்தமனம், சந்திரக் கலைகள், கோள்களின் சந்திப்புக்கள் பற்றியும் ஆராயப்பட்டுள்ளது. மேலும் இந்நூலில் பிரமகுப்தா சைன்களின் பெறுமானத்தைத் துணிவதற்காக பயன்படுத்திய சூத்திரம் ஒன்றும் இடம் பெற்றுள்ளது. எனினும் இதனை இடைச் செருகல் கருதுவாரும் உளர்.[12]

பிரம்ம குப்தருடைய பிரபஞ்சத்தின் திறப்பு, கந்த காடிகா ஆகிய இரண்டு நூல்களும் முறையே சிந்த்ஹித், அர்கந் என்ற பெயர்களுடன் அரேபிய மொழியில் மொழி பெயர்க்கப்பட்டன. மேலும் இவருடைய நூல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு பிற்காலத்தில் ஸ்ரீபதி என்பவர் **"சித்தாந்த சேகரா"**என்ற வானியல் சாஸ்த்திரமொன்றையும் வெளியிட்டார்.

இவ்வாறாகத் தனக்கு முற்பட்டகாலக் கணிதவானியற் புலமை மரபுகளை நல்லவையகத்திட்டு நவைபுறத்திட்டுப் பேணியது மட்டுமன்றி இத்துறைகளில் பல புதிய இலக்குகளை அடைவதற்கான வழிமுறைகளை தனது படைப்புக்களினூடாக எதிர்கால சந்ததியினர்க்கு அடையாளங் காட்டியவர் என்றவகையிலும் பிரம்மகுப்தர் நினைவுகூரப்படவேண்டியவரே.

உசாவியவை – அடிக்குறிப்புக்கள்

1) Dutta ,B.B, **Indian Historical Quarterly ,Vol -3** New Delhi , ℗.530 – 540

2) சுந்தரம்,இராம (பதிப்பாசிரியர்கள்), கிருட்டின மூர்த்தி ,சா **காலந்தோறும் அறிவியல் தொழில் நுட்பம்**
அனைத்திந்திய அறிவியல் தமிழ் கழகம், தஞ்சாவூர் ,1998 ,பக் 52

3) சற்குணதாஸ் ,சாமி, **புராதன இந்தியாவின் அறிவியல் மேதைகள்**
தமிழ்க்கடல் பதிப்பகம் ,சென்னை , 1998 ,பக் 71

4) **Biography in Encyclopaedia Britannica(Available on the web)**

5) Prakash Savasvathi ,S.S
A Critical Study of Brahmagupta and his works : The most distinguished Indian astronomer and mathematician of the sixth century A.D Delhi , c 1986 ,Page – 30 – 32

6) Araya, S.P
On the Brahmagupta- Bhas kara equation, math. Ed 8(1), 1991, Page 23-27

7) Mac, Tutor,
History of mathematics.
http://www-history. Mcs-st-andrews,
ac.u.k/biographies/Brahmagapta.html
8) 'O'Connor J.J, & Robertson , E.F, **Brahmagubta (web)**
9) I frah;G;
A, Universal history of numbers :
From pre history to the invention of the computer ,
London , 1998
10) Majumder ;P.K.
A Rational of Brahmaguptha's method of solving ax +
C = by
Indian(J) ,History of Science(16) 1981 , P – III – 117
11) Majumbar ; P.K ,Ibd.
12) Gupta ; R.C
Munivara's Modification of Brahmagupta's rule for Second order interpolation , Indian ,J History of Science 14(1) , 1979 , 66 – 72